

# **Datenanalysemethoden zur Auswertung von Simulationsergebnissen im Crash und deren Abgleich mit dem Experiment**

Prof. Dr. Jochen Garcke (Universität Bonn und Fraunhofer SCAI)  
M.Sc. Rodrigo Iza-Teran (Fraunhofer SCAI)  
M.Sc. Nikhil Prabakaran (Fraunhofer SCAI)

## **1 Kurzfassung**

In der Produktentwicklung werden numerische Simulationen beispielsweise eingesetzt um den Einfluss von unterschiedlichen Materialeigenschaften, Bauteilformen oder Verbindungskomponenten zu untersuchen. Vor diesem Hintergrund werden neue Analysemethoden für die Auswertung von Scharen von Crash-Simulationen vorgestellt, die zudem einen Abgleich mit zeitabhängigen Daten aus realen Crashversuchen erlauben. Einerseits wird ein Verfahren zur nichtlinearen Dimensionsreduktion aus dem Maschinellen Lernen genutzt. Dieses Verfahren berechnet für eine Simulationsschar eine niederdimensionale Parametrisierung welche den vergleichenden Überblick über viele Simulationen erleichtert. Andererseits ermöglicht ein grundständig neu entwickeltes Verfahren die Repräsentation eines jeden Zeitschritts einer numerischen Simulation als Kombination elementarer unabhängiger Komponenten, welche mittels einer geeigneten spektralen Zerlegung berechnet werden. Diese Darstellung kann als eine Art Fourier-Transformation für Geometrien verstanden werden und erlaubt eine sehr kompakte und effiziente Darstellung. Die Analyse der Simulationsdaten wird dann im niederdimensionalen Raum der relevanten spektralen Koeffizienten durchgeführt. Anwendungen für die Analyse von Scharen von Crashsimulationen werden vorgestellt, insbesondere auch für den Abgleich zwischen Simulation und Experiment.

## **2 Abstract**

During the product development process numerical simulations are, for example, being used to study the influence of variations in the material properties, the geometry of parts or changes in connecting components. Motivated by this, we present new approaches to analyze numerical simulation bundles and their correspondence with data from three dimensional time dependent experimental data in crash. On the one hand, we use diffusion maps, a method for nonlinear dimensionality reduction from machine learning. This method can find a lower dimensional parametrization along which an intuitive and comparative

characterization of a simulation bundle can be achieved. On the other hand, a fundamentally new approach allows the representation of each simulation in a new compact representation as a sum of elementary components, which can be seen in analogy to the Fourier transform, but for geometries. The analysis of several simulations can then be done in the space of spectral coefficients. Applications are presented for the analysis of many simulations with changes in the input parameters and for the comparison between time dependent simulations and a crash experiment.

### **3 Herausforderungen in der virtuellen Produktentwicklung**

Die virtuelle Produktentwicklung in der Automobilindustrie ist gekennzeichnet durch die numerische Simulation von verschiedenen Designkonfigurationen. Variiert werden dabei unter anderem Materialeigenschaften, Form oder Vernetzung von Bauteilen, oder Verbindungskomponenten. Zudem werden verschiedene Lastfälle untersucht. Es existieren effiziente Software-Lösungen zur Bewertung von mehreren Simulationsergebnissen sofern dabei nur ausgewählte Kenngrößen, wie Kurven, Intrusion, Beschleunigung, usw., untersucht werden. Zur interaktiven und detaillierten Auswertung eines Simulationsvorgangs wird spezialisierte 3D-Visualisierungssoftware verwendet.

Ein effizienter, datengetriebener Umgang mit vielen numerischen Simulationen, bei dem zum Vergleich der verschiedenen Ergebnisse nicht nur einige wenige Kennzahlen, sondern die eigentlichen Simulationsergebnisse, wie z.B. verschiedene Verformungen, betrachtet werden, ist bisher nur eingeschränkt möglich. Ansätze aus dem Bereich des Maschinellen Lernens, die auf nichtlinearer Dimensionsreduktion basieren, konnten bereits genutzt werden um verschiedene Simulationsergebnisse in einem abgeleiteten Raum darzustellen, der aus den Daten berechnet wurde [1,3,4,7,8,11]. Durch die Reduktion der Dimensionen ist eine intuitive Visualisierung sehr vieler Simulationen realisierbar, da die Anordnung der unterschiedlichen Simulation in drei Dimensionen die Unterschiede zwischen den Simulationen, beispielsweise die unterschiedliche Geometrieverformung beim Crash, auf Basis von geeigneten mathematischen Prinzipien berücksichtigt.

Darüber hinaus wurden in den letzten Jahren neue Messverfahren entwickelt und bereitgestellt, welche es ermöglichen tausende Bilder pro Sekunde zu generieren und daraus dreidimensionale Bilder eines Crashversuchs in einer Auflösung von bis zu mehreren hundert 3D-Punktwolken pro Sekunde zu berechnen [5], höhere zeitlichen Auflösungen sind durch Fortschritte in der Hochgeschwindigkeitskameratechnik zu erwarten. Dadurch können hoch auflösende zeitabhängige Daten aus einem Crash-Versuch gewonnen werden. Ein

direkter Abgleich zwischen 3D-Simulation und solchen gemessenen 3D-Daten ist bisher allerdings nicht realisierbar. Die vorliegende Arbeit adressiert diese Einschränkungen. Die vorgestellten Verfahren ermöglichen den Vergleich zwischen Simulationen und Messdaten auf eine komplett neue Art und Weise. Eine wesentliche Verbesserung in den Phasen der Produktentwicklung, insbesondere in der Automobilindustrie, kann damit erreicht werden.

#### **4 Ansätze für die Auswertung vieler Simulationen**

Die Auswertung vieler Simulationen verlangt, auf Grund der Größe der Datenmenge, die Nutzung von Verfahren zur Datenreduktion. Wir stellen im Weiteren zwei Ansätze vor. Das erste Verfahren zur Analyse von Daten stammt aus dem Bereich des Lernens von Mannigfaltigkeiten, ein Bereich des Maschinellen Lernens. Die Arbeiten in [1,3,4,7,8,11] haben bereits gezeigt, dass es auch für Simulationsdaten einsetzbar ist. Das zweite Verfahren ist eine neue Methode, die [6] und [9] eingeführt worden ist. Wie stellen nun die Grundideen beider Verfahren vor.

##### **4.1 Diffusion Maps**

Verfahren zur Dimensionsreduktion basieren auf der Annahme, dass hochdimensionale Datensätze, die Dimension entspricht in dem betrachteten Anwendungsgebiet die Anzahl der Knoten mal der Anzahl von Zeitschritten, eine intrinsisch niedrige Dimension besitzen. Ein Beispiel ist an der Stelle nützlich; wir nehmen dazu an, dass ein Bauteil bezüglich einer Achse rotiert wird. Der Rotationswinkel ist hier der einzige Parameter und jeder Winkelposition kann eine Bauteilposition zugeordnet werden. Das Bauteil wird nun als Menge von Punkten und Elementen auf einem Gitter diskretisiert. Die Darstellung des Objektes ist somit ein hochdimensionaler Vektor und dessen Dimension entspricht der Anzahl von Knoten im Bauteil. Die intrinsische Dimension ist aber weiterhin eins und wird durch die Winkelposition parametrisiert.

Das Analyseverfahren Diffusion Maps [2] konstruiert nun eine Ähnlichkeitsmatrix aus den zur Verfügung stehenden Datenobjekten, d.h. das Bauteil unter verschiedene Winkeln, wobei ein für die Problemstellung geeigneter Abstandsbegriff zwischen zwei Datenobjekten in robuster Form weiter verarbeitet wird. Es kann gezeigt werden, dass die Eigenvektoren dieser positiv definiten Matrix, bei genügend Datensätzen, die intrinsischen Koordinaten darstellen. Für den eindimensionalen Fall können dann die verschiedenen Positionen des Bauteils, d.h. die verschiedenen Gitter, entsprechend ihrer Koordinatendarstellung bezüglich des ersten Eigenvektors sortiert werden. Dies liefert in diesem exemplarischen Beispiel eine Anordnung bezüglich der Winkelposition.

## 4.2 Spektrale Transformation von Oberflächendiskretisierungen

Das Hauptprinzip des neu entwickelten Ansatzes besteht darin eine geeignete gemeinsame Basis zu finden, welche die Informationen auf den Diskretisierungsgittern darstellt. Dies kann in Analogie zur Fourier-Transformation in der Zeitreihenanalyse gesehen werden. Betrachtet man ein periodisches Signal, kann dessen kompakte Darstellung mittels der Fourier-Transformation erreicht werden, indem lediglich die Frequenzen im Fourier-Raum angegeben werden. Eine detaillierte Beobachtung der Fourier-Transformation zeigt, dass bei diesem Prozess das periodische Signal in einer anderen Basis dargestellt wird, einer Basis aus Sinus und Kosinus Funktionen, bezüglich der ein periodisches Signal sehr kompakt dargestellt wird. Die Analyse vieler periodischer Signale, d.h. mit unterschiedliche Frequenzen, ist dann im Frequenzraum sehr einfach zu realisieren, da in diesen Raum jedes Signal nach der Frequenz organisiert werden kann.

Wir führen zwei Möglichkeiten ein, wie für den Fall eines Finite-Elemente Diskretisierungsgitters eine solche Basis berechnet werden kann, für Details und weitere Anwendungen siehe [6] und [9].

### Geometrie basiert

Wie erwähnt kann mit Hilfe der Fourier Koeffizienten ein periodisches Signal als Summe von symmetrischen Komponenten dargestellt werden, da solche Signale auf einen Kreis bezüglich Sinus und Kosinus, d.h. der Fourier-Basis, identifiziert werden können. Die Fourier-Basis liefert daher für periodische Signale eine sehr kompakte Darstellung. Wenn diese Eigenschaft auf ein Finite-Element-Gitter übertragen werden soll, dann können wir in Analogie auch über Symmetrien nachdenken. So ist es zum Beispiel für Rotationen möglich eine Basis von Funktionen auf einer Kugel zu verwenden (sogenannte Kugelflächenfunktionen). Mit dieser Basis können, wie bei periodischen Signalen, Rotationen eines Objekts sehr kompakt dargestellt werden. Diese Basis ist so kompakt, weil sie Rotationsinvariant ist, so dass spezifische Rotationen als „Fourier“-Koeffizienten auf dieser Basis dargestellt werden.

Das Prinzip lässt sich weiter verallgemeinern, z.B. bei einer Verformung die das Bauteil nicht zerreißt. Auf einer Oberfläche bleiben während eines Crashes die Abstände, zumindest näherungsweise, erhalten solange keine Brüche entstehen. Solche Verformungen werden Isometrien genannt und unser Ansatz besteht nun darin, eine Basis zu finden die invariant bezüglich Isometrien ist. Mit einem solchen geometrisch basierten mathematischen Ansatz,

der den diskreten Laplace-Beltrami-Operator auf der Diskretisierung des Bauteils nutzt, wird eine spektrale Zerlegung der Verformungen in eine Art von Elementarverformungen ermöglicht, analog zu einer Fourierdarstellung oder der betrachteten Rotation.

### **Stochastisch basiert**

Dieser Ansatz zur Nutzung von Symmetrien kann aus stochastischer Sicht erweitert werden. Betrachtet wir den Fall in dem bereits einige Simulationen berechnet worden sind, die nur kleine Variationen der Eingangsparameter aufweisen, die wir hier als stochastisch auffassen. Weiterhin nehmen wir an, dass die Verformungen durch die Variation der Parameter bezüglich einer Referenzkonfiguration gering bleiben, z.B. bei Betrachtung eines sehr kleinen Zeitintervalls innerhalb der Simulation. Jedem Knoten des Finite-Element-Gitters kann nun eine Art Simulationswolke zugeordnet werden, nämlich die Verschiebungen des entsprechenden Knotens in den verschiedenen Simulationsergebnissen zum ausgewählten Zeitpunkt. Auf jedem Punkt des Referenzgitters kann mit diesen Punktwolken eine Kovarianz-Matrix der stochastischen Verformungen aufgestellt werden, angelehnt an [10,12]. Es kann weiterhin gezeigt werden, dass die Jacobi-Matrix der Transformation zwischen der Referenz-Simulation und jeder anderen Simulation, mit der Kovarianz-Matrix approximiert werden kann. Als Konsequenz dieser Approximation können wir wiederum eine Basis berechnen, die invariant zu dieser Transformation ist.

## **5 Vergleichende Analyse**

Nachdem eine geeignete Basis bestimmt worden ist, kann damit eine vergleichende Analyse effizient durchgeführt werden, denn nun können alle Simulationen in die neue, datenabhängige Basis transformiert werden und als Summe elementarer Komponenten dargestellt werden. Der Vergleich der Simulation erfolgt nun auf Basis der spektralen Koeffizienten.

Eine interessante Eigenschaft der neuen Darstellung ist das die elementaren Komponenten unabhängig voneinander sind und zudem verschiedene Skalen repräsentieren können. Betrachten wir dazu erneut das Beispiel mit dem Bauteil und dessen Rotationen. Die elementaren Komponenten eines Bauteils, dem nicht nur eine Rotation sondern auch eine Translation aufgesetzt wird, besitzen dann zwei unabhängige Komponenten. Der erste spektrale Koeffizient in der Darstellung repräsentiert Translation und der zweite Rotation. Diese Eigenschaften und die Erweiterung auf andere Isometrien ermöglichen interessante und relevante Anwendungen, einige davon erläutern wir im Folgenden.

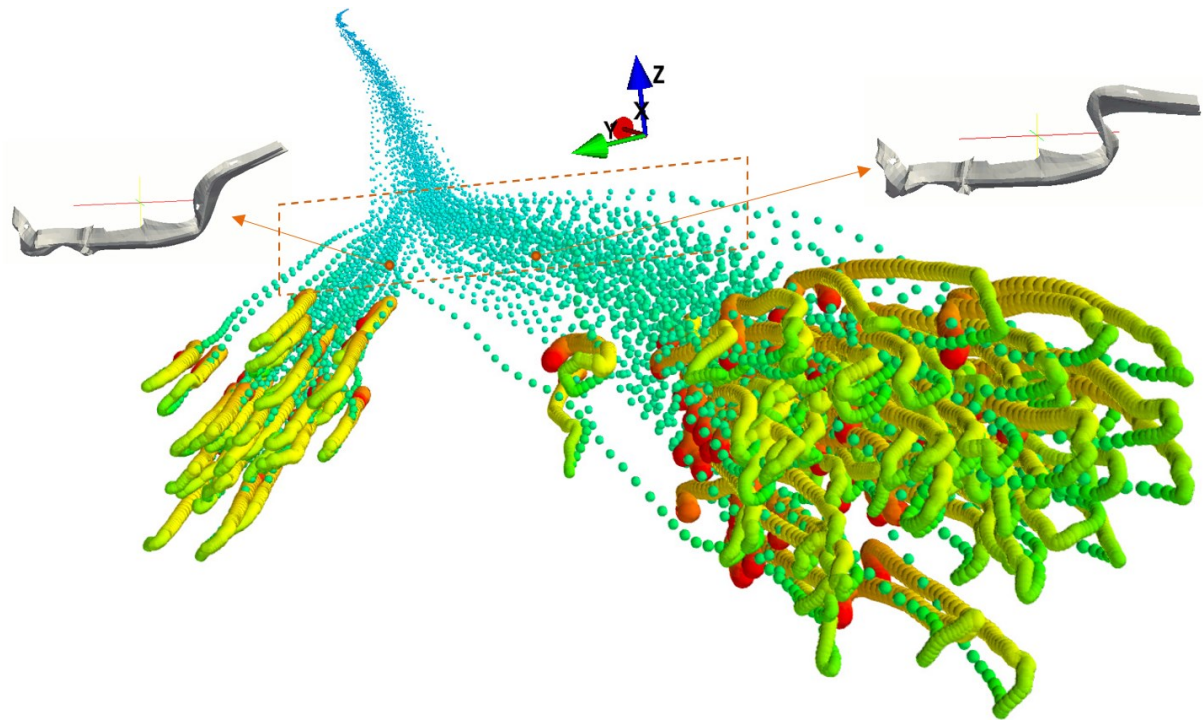
## **6 Anwendungen**

Wir präsentieren zwei Anwendungsfälle, der erste konzentriert sich auf die vergleichende Analyse vieler Simulationsdaten, der zweite auf den Vergleich von Simulation und Experiment.

### **6.1 Vergleich vieler Simulationen**

Wir betrachten ein FE-Model eines Chevrolet C2500 Pick-Up Trucks, aus dem Archiv des National Crash Analysis Centers (NCAC), mit etwa 60000 Knoten und Elementen, siehe auch [1]. Simuliert wird ein Frontal-Crash wobei die Blechdicken von 9 Bauteilen von Simulation zu Simulation variiert sind. Etwa 116 numerische Simulationen wurden durchgeführt, die Verformungen der Längsträger wurden extrahiert und eine geometrische Basis berechnet, unter der Annahme dass die Abstände innerhalb eines Bauteils in jedem Zeitschritt erhalten bleiben. Die Repräsentation bezüglich der neuen Basis ermöglicht es jede Verformungen für jede Blechdicke als Summe elementarer Komponenten darzustellen.

Wir betrachten den Längsträger, und die Richtungen  $x$ ,  $y$ ,  $z$  der Verschiebung, die nun in der neuen Basis repräsentiert werden. Jede elementare Komponente in der neuen Basis wird nun durch die spektralen Koordinaten repräsentiert. Wir nehmen zur Illustration jeweils die erste Komponente in  $x$ ,  $y$  und  $z$ , somit werden drei Koeffizienten pro Simulation pro Zeitschritt verwendet. Wir betrachten ca. hundert Zeitschritte pro Simulation, die wir nun gleichzeitig in einer Grafik visualisieren können. Mit anderen Worten, für hunderte Simulationsergebnisse und Zeitschritte ist es nun möglich mittels dieser Komponenten die zeitliche Entwicklung des Crashverhaltens und, in diesem Fall, die Bifurkation der Simulationsergebnisse in zwei Ausprägungen einfach darzustellen, siehe Abbildung 1. Hier entspricht jeder Punkt einem Simulationsergebnis zu einem Zeitpunkt. Es ist deutlich zu sehen, wie alle Simulationen mit der gleichen Geometrie starten und sich im zeitlichen Verlauf der Simulation zwei Ausprägungen ergeben.



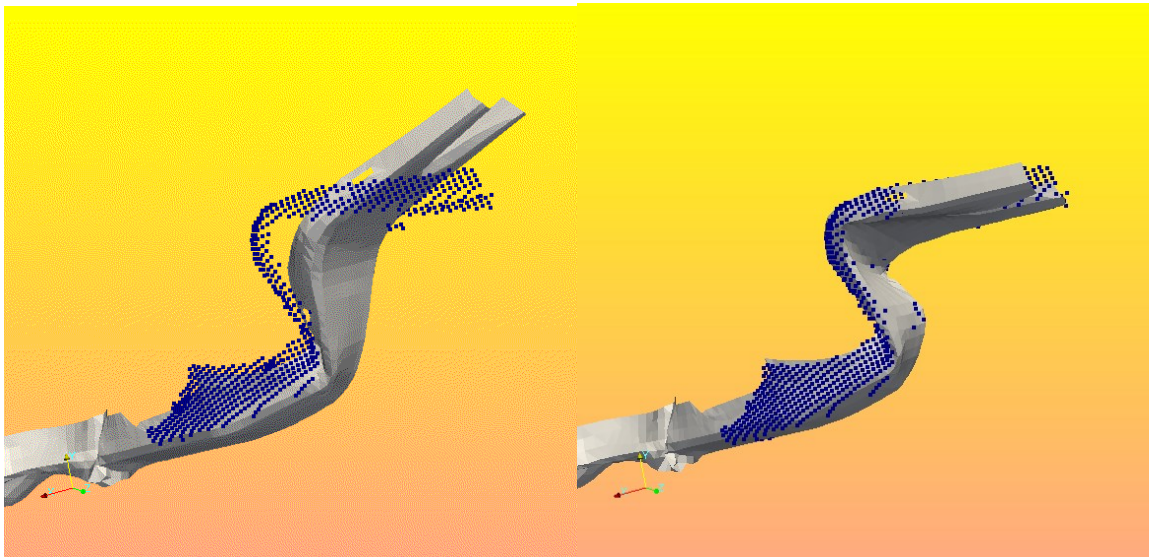
**Abbildung 1** Vergleichende Analyse von etwa 100 zeitabhängigen Simulationen. Jeder Punkt repräsentiert eine Simulation zu einem spezifischen Zeitschritt. Eine Bifurkation ist deutlich erkennbar, es bilden sich zwei Ausprägungen der Verformungen, zudem kann der Zeitpunkt der Bifurkation näherungsweise identifiziert werden.

## 6.2 Vergleich mit den experimentellen Crashversuch

### 6.2.1 Verformung

Die Zerlegung in elementare Komponenten mit dem beschriebenen stochastischen Ansatz erlaubt nicht nur die Dekomposition der Simulationen als Translation und Rotation. Globale Verformungen eines Bauteils oder lokale Verformungen eines Bereichs sind auch möglich.

Eine solche Darstellung der elementaren Komponenten ermöglicht zudem die Realisierung eines Abgleichsverfahrens zwischen Simulation und hochauflösenden 3D-Vermessungen eines realen Crashversuchs. Damit ist ein neuartiger Vergleich zwischen realer und simulierter Verformung möglich.



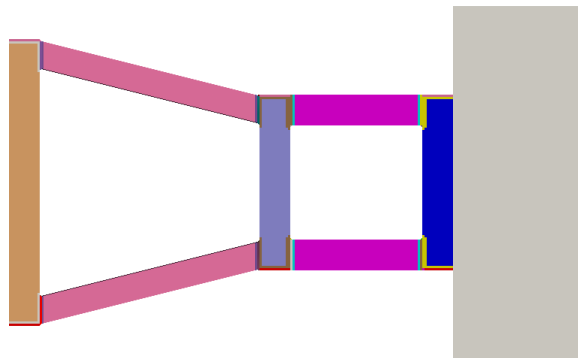
**Abbildung 2** Die Zerlegung der Geometrie in elementare Verformungen ermöglicht das Verformen der Simulation zur Punktwolke der Experimente.

In Abbildung 2 werden zur Illustration links ein Längsträger und synthetische 3D-Messungen zusammen dargestellt, wobei beide Verformungen unterschiedlich sind. Die elementaren Komponenten bestehen aus verschiedenen lokalen Verformungen, eine davon korrespondiert hier mit der Biegung des vorderen Bereiches des Bauteils. Die spektralen Koeffizienten bezüglich der anderen Komponenten können dann variiert werden, letztendlich in einem Optimierungsschritt, bis die diskreten Simulationsdaten die realen Verformungen des Bauteils aus dem Crash approximieren, dies wird in Abbildung 2 rechts dargestellt.

### 6.2.2 Abgleich

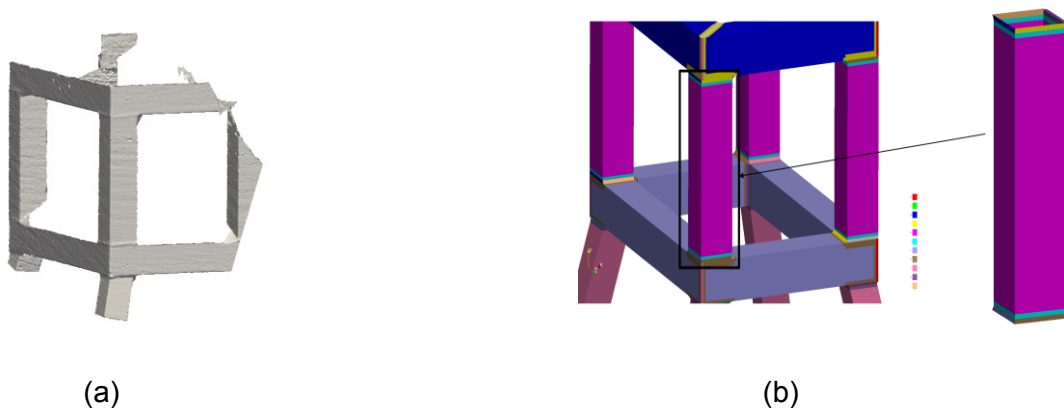
Wir zeigen nun ein reales Beispiel einer Prüfstruktur, welche im internen Fraunhofer Projekt „Hochgeschwindigkeits-3D-Messdatenerfassung zur Validierung von Experiment und Simulation in der Crashbewertung“, zusammen mit den Fraunhofer Instituten EMI und IOF, entwickelt wurde. Die Struktur wird frontal von einer beschleunigten Masse unter Last gesetzt. Im Laufe des Projekts sind mehrere Experimente durchgeführt worden, wir konzentrieren uns auf einen exemplarischen Versuch.





**Abbildung 3** Finite Element Model der Prüfstruktur.

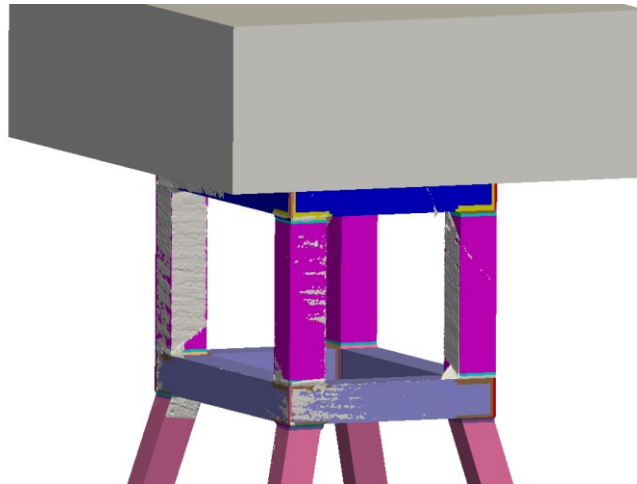
Ein zur Prüfstruktur passendes FE-Model wurde beim Fraunhofer EMI erstellt. Etwa 46 numerische Crashsimulationen wurden durchgeführt, wobei die Dicke der Schweißnähte eines Trägers zufällig im Bereich  $[1.8, 2.19]$  variiert wurden, siehe Abbildung 4(b). Die Kameraposition ermöglicht die Extraktion einer dreidimensionalen Punktwolke aus dem Bereich der oberen Träger, siehe Abbildung 4(a).



**Abbildung 4** Die in den Crashexperimenten verwendete Prüfstruktur. (a) Punktwolke aus dem realen Experiment, (b) Finite-Element Model der Prüfstruktur und extrahierte Träger für die Analyse.

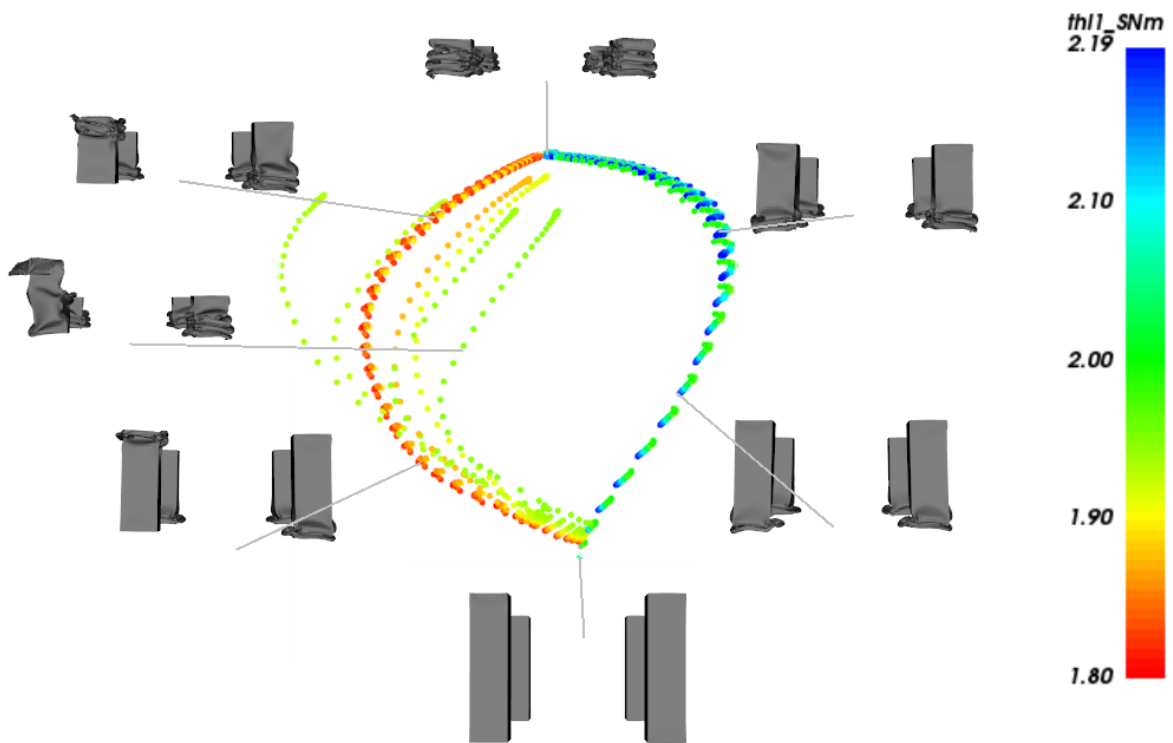
Für den Abgleichprozess werden folgende Schritte durchgeführt:

1. Berechnung einer stochastisch basierten Basis aus den Simulationen, die Darstellung in der neuen Basis (die spektralen Koeffizienten) wird berechnet.
2. Berechnung der spektralen Koeffizienten für die Testdatensätze.
3. Bestimmen der Simulation die am nächsten zum jeweiligen Experiment ist, mittels des Vergleichs der spektralen Koeffizienten. Siehe Abbildung 5 für ein Beispiel in dem die Simulation mit dem Experiment zusammen visualisiert wird.
4. Dimensionsreduktion mit Diffusion Maps.



**Abbildung 5** Superposition der Daten der Experimente und der Simulation.

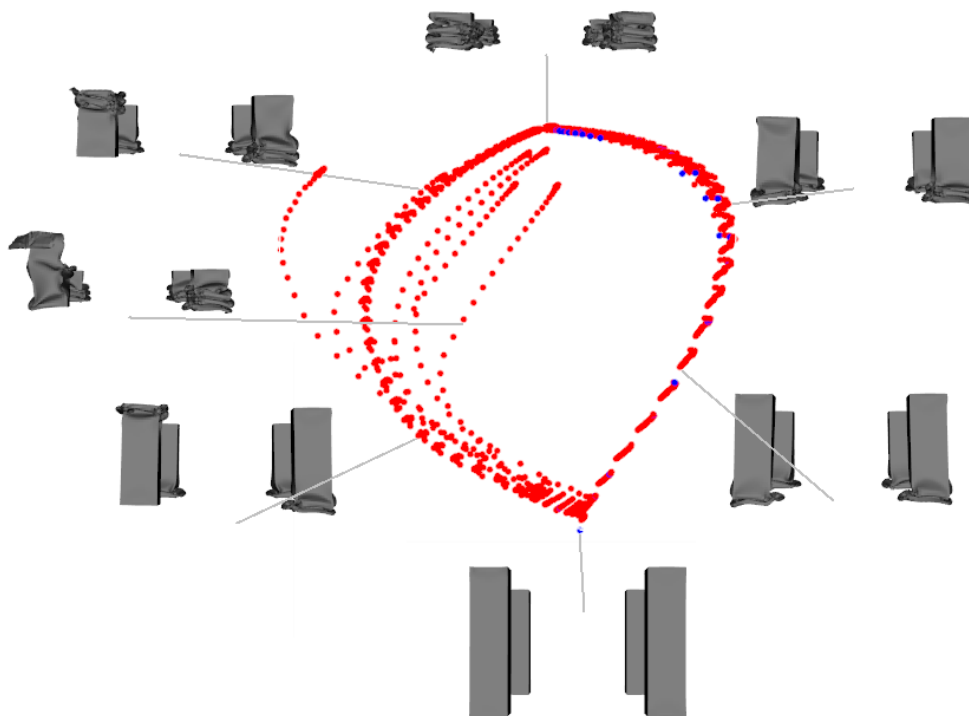
Die Anwendung der Dimensionsreduktion ermöglicht es nun einen Überblick über alle 46 Simulationen bezüglich der Dicke der Schweißnähte zu gewinnen. Die Eingangsdateien für Diffusion Maps sind die euklidischen Abstände der spektralen Koordinaten jeder Simulation, siehe Abbildung 6 für die niederdimensionale Einbettung der zeitabhängigen Simulationen.



**Abbildung 6** Einbettung mit Diffusion Maps für 46 Simulationen und 61 Zeitschritten, die Farbe eines Zeitschritts einer Simulation im 3D-Plot zeigen den Wert der Schweißnaht der jeweiligen Simulation.

Deutlich zu erkennen sind die verschiedenen Ausprägungen der Verformungen. Der linke Arm der dreidimensionalen Einbettung korrespondiert mit den Verformungen die im oberen Bereich anfangen. Der rechte Arm der Einbettung korrespondiert zu den Verformungen der Träger die im unteren Bereich anfangen. Darüber hinaus sind Ausreißer im Bild vorhanden, diese instabilen Verformungen unterschieden sich von beiden Ausprägungen, vergleiche die in Abbildung 6 in der Einbettung eingefügten Bilder des deformierten Trägers.

Weiterhin ist in Abbildung 6 deutlich zu sehen, dass die Dicke der Schweißnähte einen starken Einfluss auf die Verformung hat. Eine weitere Analysemöglichkeit besteht nun darin die Koordinaten der Einbettung der Testdatensätze in der Einbettung zu lokalisieren. Das ermöglicht eine Auswertung der Simulationen und Testdaten bezüglich der Parameter-Wahl, siehe Abbildung 7.



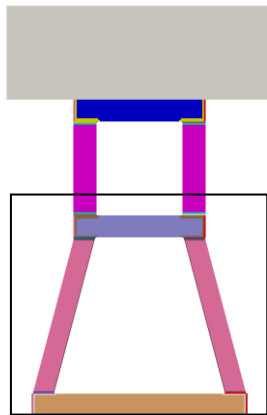
**Abbildung 7** Einbettung mit Diffusion Maps, die blauen Punkte repräsentieren die Daten aus dem realen Experiment, die im Zeitverlauf abgeglichen werden mit den Simulationsergebnissen.

Der Abgleich zwischen numerischer Simulation und realen Experiment durch unseren Ansatz sind exemplarisch gezeigt. Die Untersuchung eines realen Bauteils unter Last steht noch an.

### 6.2.3 Abgleich mit der Mises-Vergleichsspannung

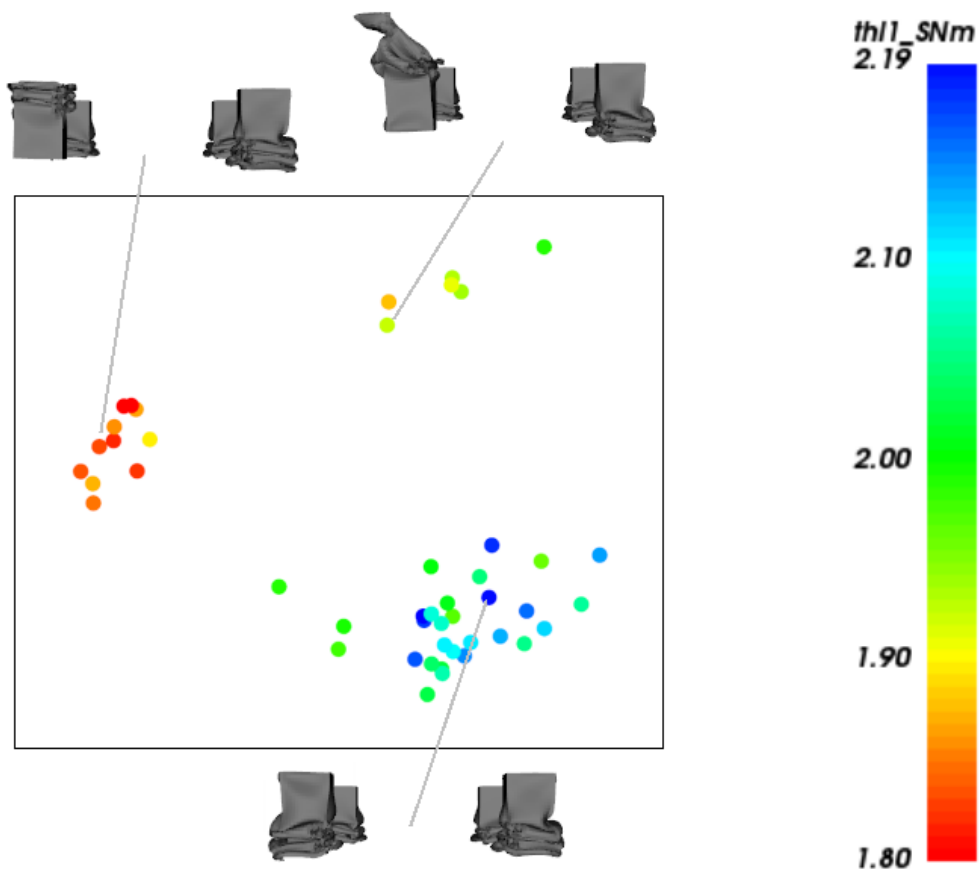
In einem realen Crash-Test konzentriert sich das Interesse der Entwickler nicht unbedingt auf die oberen Träger, sondern auf die unteren Längsträger, die im Auto mit der Stirnwand verbunden sind. Die verwendete Prüfstruktur ist allerdings so stabil, dass sich die unteren Längsträger nicht wesentlich verformt haben.

Trotzdem ist es wichtig zu untersuchen welchen Einfluss die oberen Träger auf die Längsträger haben, insbesondere durch die Änderungen an den Schweißnähten in der oberen Struktur. Um dieses Verhalten zu analysieren verwenden wir nun die Mises-Vergleichsspannung auf den unteren Bauteilen als Eingangsdaten für die Analyse, siehe Abbildung 8.



**Abbildung 8** Prüfstruktur, der Rahmen markiert den Bereich aus dem die Mises-Vergleichsspannung genommen wird.

Diffusion Maps wurde wie bei der Analyse der Verformungen verwendet. Diesmal wird die zeitabhängige Vergleichsspannung der unteren Struktur verwendet, die resultierende Einbettung ist in Abbildung 9 dargestellt. Interessanterweise ist es möglich aus dieser Einbettung auch Information über die Verformungen der oberen Struktur zu gewinnen. Wie bei der Analyse der Verformungen, sind drei Ausprägungen deutlich erkennbar: a) Anfang der Verformung oben b) Anfang der Verformung unten und Ausreißer.



**Abbildung 9** Einbettung bezüglich der Werte der Vergleichsspannung der Längsträger zum Zeitschritt 20, die Farbmarkierungen der einzelnen Simulationen korrespondiert mit der Dicke der Schweißnaht die variiert wurde. Zudem sind exemplarische Verformungen jeder Gruppierung der oberen Träger dargestellt. Das reale Experiment liegt im Segment rechts unten.

## 7 Ausblick

Wir haben neue Ansätze für die Auswertung vieler Simulationen präsentiert, die es ermöglichen einen visuellen Überblick über das parameterabhängige Verhalten im Crash zu erhalten. Zudem haben wir Ansätze zur kombinierten Analyse von Simulation und experimentellen Daten vorgestellt. Weiterhin haben wir eine indirekte Analyse präsentiert, bei der Informationen über das Verhalten der Verformungen der oberen Träger aus dem Stressverhalten der unteren Träger abgeleitet werden.

Die vorgestellten neuen Verfahren bieten einzigartige Möglichkeiten viele Simulationen zu analysieren und dabei Daten aus Experimenten zu integrieren. Eine Anwendung der Methoden auf aktuelle industrielle Beispiele verspricht vielfältige und interessante Ergebnisse.

- [1] B. Bohn, J. Garcke, R. Iza-Teran, A. Paprotny, B. Peherstorfer, U. Schepsmeier und C.-A. Thole. Analysis of car crash simulation data with nonlinear machine learning methods. In *Procedia Computer Science, Proceedings of the ICCS 2013, Barcelona*, volume 18, pages 621-630, 2013.
- [2] R. Coifman und S. Lafon. Diffusion maps. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 21(1):5–30, 2006.
- [3] J. Garcke und R. Iza-Teran. Machine learning approaches for repositories of numerical simulation results. In *10th European LS-DYNA Conference 2015*, 2015.
- [4] J. Garcke und R. Iza-Teran. Maschinelle Lernverfahren zur effizienten und interaktiven Auswertung großer Mengen von CAE-Modellvarianten. In *VDI-Tagung SIMVEC 2014*, 2014.
- [5] S. Heist, A. Mann, P. Kühmstedt, P. Schreiber und G. Notni. Array projection of aperiodic sinusoidal fringes for high-speed three-dimensional shape measurement. *Opt. Eng.* 0001;53(11):112208. doi:10.1117/1.OE.53.11.112208, 2014.
- [6] R. Iza Teran, *Geometrical Methods for the Analysis of Simulation Bundles*, Doktorarbeit, Universität Bonn, eingereicht, 2016.
- [7] R. Iza Teran. Enabling the analysis of finite element simulation bundles, *Internat. Jour. for Uncertainty Quantification*, 4(2):95–110, 2014.
- [8] R. Iza-Teran und J. Garcke. Data analytics for simulation repositories in industry. In E. Plödereder, L. Grunske, E. Schneider, and D. Ull, editors, *GI-Tagungsband der Informatik 2014*, pages 161-167, 2014.
- [9] R. Iza-Teran und J. Garcke. Operator based multi-scale analysis of simulation bundles, eingereicht, auch erhältlich als INS Preprint No. 1524, 2016.
- [10] D. Kushnir, A. Haddad und R. Coifman. Anisotropic diffusion on sub-manifolds with application to earth structure classification. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 32(2):280–294, 2012.
- [11] C. Schöne, R. Iza-Teran und J. Garcke. A framework for simulation process management and data mining. In *1st International Simulation Data and Process Management Conference, Salzburg, Jun 9-12, 2013*.
- [12] A. Singer und R. R. Coifman. Non-linear independent component analysis with diffusion maps. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 25(2):226–239, 2008.